

ENSAIOS VIRTUAIS À ROTURA EM ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO COM BASE EM MODELOS BIM

José Ferreira ⁽¹⁾, Miguel Azenha ⁽²⁾, Nuno Mendes ⁽²⁾

(1) DST S.A., Braga

(2) ISISE, Universidade do Minho, Guimarães

Resumo

Com a finalidade de otimizar o controlo e reduzir os erros do projeto de estruturas, o presente trabalho descreve uma metodologia baseada na utilização de informação detalhada, providenciada pelo modelo BIM de estruturas de betão armado, nomeadamente a representação tridimensional de geometria do betão e de todas as armaduras, bem como as suas propriedades mecânicas. Essa mesma informação é diretamente utilizada por programa de análise não-linear estrutural, baseado no método dos elementos finitos, para avaliação do comportamento da estrutura num ensaio virtual à rotura. O principal objetivo é desenvolver uma ferramenta expedita, mediante um modelo de cálculo automático, baseado em modelos constitutivos simplificados e cujos parâmetros de entrada são os necessários em contexto de preparação/submissão do projeto de estruturas em BIM, para verificação de erros/omissões no projeto de estruturas através da informação da carga última e do respetivo modo de rotura.

A metodologia foi implementada em *Autodesk Revit* (para modelação BIM), *Dynamo* (para desenvolvimento da ferramenta de interoperabilidade) e *DIANA* (para análise não-linear estática). A implementação, o teste e a validação foram efetuados, recorrendo, inicialmente, a uma viga em betão armado, sujeita a diferentes simulações de configuração de rotura e, posteriormente, a uma estrutura tridimensional porticada, na qual foram estudadas simulações de erros de modelação/projeto.

1. Introdução

O projeto de um edifício envolve um conjunto de equipas técnicas que têm como função desenvolver projetos de especialidades. No caso particular do projeto de estruturas, os responsáveis pela conceção e dimensionamento do edifício executam atos de engenharia de significativa responsabilidade e de elevado risco associado. Por forma a colmatar ou minimizar eventuais situações que comprometam a segurança estrutural ou a vida dos mais diversos ocupantes do edifício, os atos de engenharia são estritamente controlados por um leque de

instrumentos legislativos e regulamentares. Apesar do significativo esforço normativo e das recomendações gerais e específicas para o projeto de estruturas, a qualidade da proposta final tem sido comprometida devido à progressiva redução dos honorários, em simultâneo com a redução do tempo para a sua elaboração [1], inadequada implementação das ferramentas de cálculo, falta de supervisão durante a aprovação dos projetos e eventuais comportamentos menos recomendáveis ao nível ético/deontológico por parte de alguns intervenientes [2].

Embora seja impossível desenvolver sistemas tecnológicos que mitiguem o erro humano, é fundamental a introdução de metodologias de verificação/controlo durante todas as fases do ciclo de vida do projeto possibilitam o controlo e redução de erros [3]. Há autores [4] que já demonstraram que o processo BIM (*Building Information Modelling*) pode ter um papel fundamental na verificação/controlo do projeto de estruturas. Na implementação da metodologia BIM, constata-se um aumento da qualidade e eficiência no dimensionamento estrutural, devido à inerente conexão entre a representação tridimensional da estrutura, e a sua idealização para o cálculo, bem como uma redução do trabalho repetitivo, já que todos os requisitos de informação e peças desenhadas são produzidos automaticamente pelo modelo.

Por sua vez, as análises estruturais baseadas no método dos elementos finitos, com consideração explícita do comportamento não-linear dos materiais (i.e. das respetivas leis constitutivas), têm demonstrado ser ferramentas eficientes na avaliação da resistência de estruturas existentes com dano ou deterioradas e na determinação de potenciais causas de anomalias estruturais [5], bem como da capacidade estrutural do edifício. Contudo, o uso da análise não-linear para avaliar estruturas de engenharia civil em fase de projeto, é hoje em dia um tipo de análise normalmente considerada impraticável, devido [6]: (i) à complexidade inerente na preparação do modelo; (ii) ao significativo esforço computacional e tempo de cálculo computacional; (iii) à necessidade de experiência significativa na análise dos processos de convergência e análise crítica dos resultados obtidos. Por forma a suprimir as adversidades referidas e a viabilizar a aplicação da análise numérica não-linear na execução do projeto, propõe-se uma metodologia que contemple uma ferramenta de interoperabilidade capaz de conceber o modelo numérico automaticamente, com base na informação do modelo BIM, e um conjunto de configurações de análise capazes de reduzir drasticamente o tempo de cálculo, obter a carga de rotura expetável de forma fidedigna (em analogia com uma análise plástica limite) e dispensar complicadas gestões do processo de convergência (em virtude do uso de modelos constitutivos simplificados). Note-se que, inerentemente às simplificações consideradas, a ferramenta desenvolvida no âmbito do presente trabalho está essencialmente orientada para a indicação de potenciais problemas de projeto (por exemplo, fragilidades de dimensionamento, ou deficiente pormenorização), ao invés de se constituir verdadeiramente como prova de bom funcionamento.

O trabalho apresenta, na Secção 2, a explanação do processamento de informação realizada por uma ferramenta de interoperabilidade (Subsecção 2.1) e posterior aplicação e validação da ferramenta na transferência de diferentes opções de modelação de vigas de betão armado (Subsecção 2.2), por forma a simular corretamente várias tipologias de rotura. Neste contexto, apresenta-se o conceito de modelo simplificado, baseado em curvas ideais-plásticas para descrever o comportamento de compressão e de tração do betão e que deverá permitir reduzir o tempo da análise numérica não-linear e obter estimativas verosímeis da carga última e respetivo mecanismo de rotura da estrutura. Na Secção 3, procede-se à aplicação da metodologia a uma estrutura porticada com o objetivo de averiguar a capacidade da análise numérica simplificada em descrever o mecanismo de rotura da estrutura e, posteriormente, ao

desenvolvimento de uma ferramenta expedita e eficiente na aquisição da carga última da estrutura. Por último, são incorporadas diversas tipologias de anomalias nas vigas da estrutura porticada e realizadas simulações numéricas por forma a avaliar o seu impacto na resposta estrutural final. De salientar que, sendo o principal foco do presente artigo na aplicação da metodologia BIM, apenas serão expostos resultados finais resumidos de análises numéricas não-lineares. Para informações complementares das análises numéricas apresentadas, o leitor é remetido para [7].

2. Metodologia para análise não-linear com base em informação BIM

Procedeu-se à implementação da metodologia mediante o desenvolvimento de uma ferramenta de interoperabilidade entre os aplicativos *Revit*, para modelação de vigas de betão armado (Secção 2.2) e uma estrutura porticada (Secção 3), e *DIANA*, para análise numérica não-linear. O *DIANA* admite a introdução de um ficheiro *Python* que contempla um conjunto de linhas de comando para execução automática e que seguem uma determinada sintaxe. A interoperabilidade entre os referidos aplicativos realizou-se com o recurso ao *Dynamo*. O *Dynamo* reúne um conjunto de ferramentas ideais para o desenvolvimento desta interoperabilidade: ligação direta por API ao *Revit* (com acesso à respetiva base de dados); manipulação da informação; exportação da informação para ficheiro *Python*.

O modelo BIM desenvolvido em contexto de projeto de estruturas deverá normalmente cumprir um conjunto de requisitos de informações geométricas, de materiais, de condições de fronteira e de condições de carregamento, por forma a permitir que nele se baseie a análise estrutural. Apesar de as referidas informações serem elementares para a realização de uma análise não-linear, esta requer ainda informações adicionais, como por exemplo as propriedades da malha de elementos finitos e parâmetros de análise. Descreve-se de seguida a metodologia proposta em traços gerais, sendo os detalhes de cada processo remetidos para as Secções subsequentes do artigo.

Incorporada a informação necessária no modelo estrutural BIM para a realização de uma análise numérica não-linear (processo 1 – ver figura 1), procede-se à execução de uma rotina no *Dynamo*. A rotina tem como objetivo a extração de informação do modelo estrutural, a estruturação da mesma em linhas de comando *Python* e sua exportação para ficheiro *Python* (processo 2). Por último, introduz-se o ficheiro *Python* no *DIANA* para execução sequenciada das linhas de comando, por forma a ser realizada automaticamente uma análise numérica não-linear (processo 3).

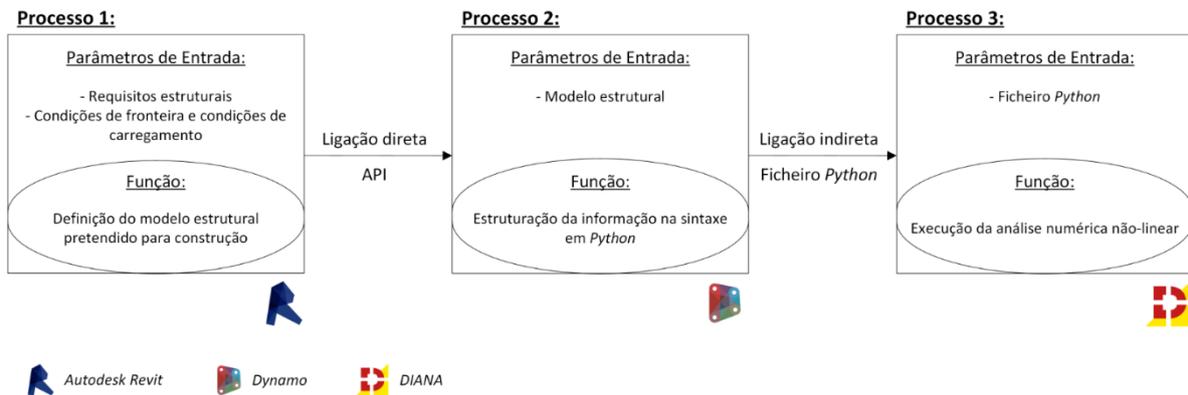


Figura 1: Processo de transferência de informação.

2.1. Ferramenta de interoperabilidade entre *Revit* e *DIANA*

Na fase de criação de um novo projeto, o programa *DIANA* estabelece um conjunto de parâmetros de entrada, nomeadamente o modelo de análise – modelo de análise estrutural; a dimensão do modelo – modelo tridimensional; o tipo e a ordem de interpolação dos elementos da malha – elementos quadriláteros baseados na interpolação linear; e a estipulação das unidades. No ambiente *Revit*, esta informação foi atribuída a parâmetros de projeto (Tabela 1.a) e na categoria informação de projeto para, posteriormente, ser extraída pelo *Dynamo* e introduzida na linha de comando *Python*.

A tarefa seguinte compreende a criação dos elementos estruturais de betão e de armadura, sendo estes representados por elementos volumétricos e por elementos barra, respetivamente, e posterior atribuição da geometria aos elementos. A criação de elementos volumétricos (ver Figura 2a) requer os seguintes parâmetros de entrada: nome do elemento volumétrico; coordenada cartesiana do vértice de menor valor do elemento volumétrico; dimensões globais do elemento volumétrico. A rotina no *Dynamo* executa as seguintes tarefas: importação dos elementos estruturais de betão como elementos sólidos; obtenção das referências dos elementos estruturais; explosão da geometria dos elementos sólidos em facetas e vértices; obtenção dos vértices com menores coordenadas absolutas; obtenção das dimensões globais dos elementos sólidos; introdução das referências dos elementos estruturais, das coordenadas cartesianas dos vértices e das dimensões globais dos elementos sólidos na linha de comando *Python*. Complementarmente, nos casos de sobreposição de geometrias de elementos sólidos, realiza-se uma operação booleana de subtração entre o elemento sólido desejado e os corpos volumétricos que estão a intersestar.

Por sua vez, para a criação dos elementos barra, recorreu-se a duas componentes: tramo linear e tramo curvilíneo, sendo este relativo à dobra de amarração das armaduras longitudinais (ver Figura 2b). No caso de armaduras transversais, a curvatura não foi considerada. A criação dos referidos tramos compreende, respetivamente, os seguintes parâmetros de entrada: nome do elemento barra, coordenadas cartesianas do ponto inicial e do ponto final; nome do elemento barra, coordenada cartesiana do centro do arco, vetor normal ao plano que define o arco; vetor de referência do eixo local xx, raio da curvatura, ângulo compreendido entre o ponto inicial e o eixo local xx, ângulo de rotação entre o ponto inicial e o ponto final. A rotina no *Dynamo* executa as seguintes tarefas: importação dos elementos estruturais de armadura como elementos curva, obtenção das referências dos elementos estruturais; obtenção dos pontos iniciais e finais

dos elementos linha; obtenção do centro do arco, do vetor normal ao plano que define o arco, do vetor de referência do eixo local xx , do raio da curvatura, do ângulo compreendido entre o ponto inicial e o eixo local xx e do ângulo de rotação entre o ponto inicial e o ponto final diretamente dos elementos arco; introdução das referências dos elementos estruturais e dos diversos parâmetros de entrada requisitados para a criação de elementos barra na respetiva linha de comando *Python*.

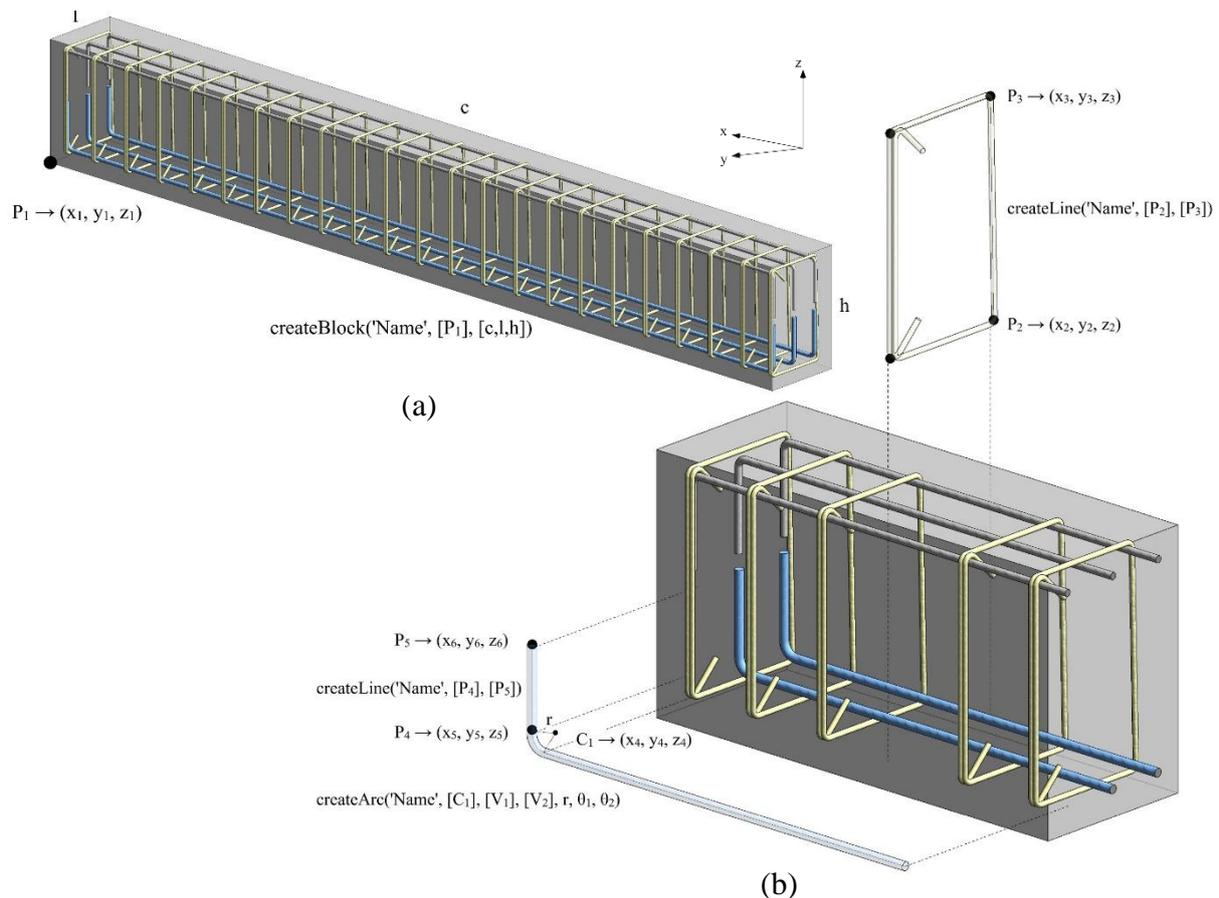


Figura 2: Indicação de comandos *Python* para criação de elementos volumétricos (a) e de elementos barra (b) no *DIANA*.

Executada a criação dos elementos volumétricos e dos elementos barra, procede-se à atribuição de geometria pela indicação do nome da geometria, do nome do elemento e, no caso de elementos barra, o valor do diâmetro (Tabela 1.d e 1.e). A próxima etapa consiste em criar os materiais, atribuir propriedades aos materiais e aplicar os materiais aos respetivos elementos volumétricos e elementos barra. O aplicativo *DIANA* contempla vários tipos de modelos constitutivos que simulam o progresso do dano em elementos de betão, de critérios de cedência em elementos de armadura, com e sem patamar de endurecimento, de diagramas de comportamento em compressão e em tração, que incluem também a definição dos parâmetros lineares (módulo de elasticidade e coeficiente de *Poisson*). A rotina aplica as propriedades do betão e do aço segundo leis constitutivas simplificadas, descritas por curvas ideais-plásticas de

comportamento à compressão e à tração, em função da classe de resistência e do tamanho do elemento finito adotado (no caso de elementos de betão). No ambiente *Revit*, as propriedades mecânicas dos materiais foram definidas na faixa propriedades físicas dos materiais (Tabela 1.f e 1.g).

A etapa subsequente diz respeito à criação de condições de carregamento e condições de fronteira. Os principais carregamentos atuantes são compostos pela ação do peso próprio – peso dos elementos estruturais, peso dos revestimentos e peso das paredes divisórias – e da sobrecarga. A representação tridimensional dos elementos de betão contabiliza automaticamente a ação do seu peso próprio. O peso dos revestimentos e das paredes divisórias são acopladas aos elementos existentes no modelo de arquitetura e a sobrecarga a elementos espaciais (Tabela 1.h) que envolvem um determinado compartimento do edifício. Por sua vez, a rotina no *Dynamo* contempla as seguintes tarefas: extração do peso dos revestimentos, do peso das paredes divisórias e da sobrecarga dos elementos do modelo de arquitetura; obtenção dos elementos estruturais sujeitos à solicitação; obtenção das superfícies de aplicação das ações; obtenção dos vértices das superfícies; obtenção dos vértices de menores coordenadas absolutas; introdução do peso dos revestimentos, do peso das paredes divisórias e da sobrecarga, da direção de atuação das solicitações e das coordenadas cartesianas dos vértices na linha de comando *Python*.

As condições de fronteira são atribuídas ao modelo analítico e, conseqüente, introduzem uma incoerência tridimensional com o modelo estrutural. Contudo, este inconveniente pode ser contornado pela criação de elementos tridimensionais que descrevem as condições de fronteira do modelo analítico. Apesar de o *Revit* não dispor de uma categoria de modelo analítico apropriada para estes elementos (i.e. para a especificidade do modelo analítico contar com elementos volumétricos), estes poderão ser criados como elementos genéricos com informação do nome do apoio e restrições de translação e de rotação do apoio (Tabela 1.i). Posteriormente, competem à rotina as seguintes tarefas: verificar, para elementos genéricos, se se referem a elementos de apoio; extrair o nome do respetivo apoio e suas restrições de translação e de rotação; extrair os elementos estruturais aos quais estão aplicados os apoios; obter os vértices das superfícies de aplicação dos apoios nos elementos estruturais; obter os vértices de menor coordenadas absolutas; introduzir os diversos parâmetros de entrada requisitados para criação de elementos de apoio na respetiva linha de comando *Python*.

Por último, procede-se à idealização da malha de elementos finitos e atribuição de parâmetros de análise. No que concerne à criação da malha de elementos finitos no aplicativo *DIANA*, deverá indicar-se o tamanho máximo do elemento finito desejado, o tipo de elemento finito, a configuração da malha e o grau de interpolação (Tabela 1.j). No ambiente *Revit*, esta informação poderá ser atribuída a parâmetros de projeto na categoria informação de projeto (sendo referente a todos os elementos estruturais) ou a parâmetros de instância a cada elemento estrutural (neste caso diferentes elementos estruturais poderão apresentar diferentes configurações de malha de elementos finitos). Relativamente aos parâmetros de análise, deverá indicar-se o processo iterativo, os passos de carga e a norma de convergência (Tabela 1.k).

Relativamente à duração do processamento/leitura da informação contida no ficheiro de texto pelo aplicativo *DIANA*, este demorou sensivelmente uma hora e quarenta minutos, desde a criação de um novo projeto à atribuição de parâmetros de análise, para uma estrutura porticada descrita na Secção 3. Apesar de ser um processo relativamente lento, não foi feito investimento na aceleração do algoritmo, pois se trata apenas de uma ferramenta de verificação final de

projeto, e não necessariamente de algo subjacente ao processo produtivo em si, suscetível de condicionar outras tarefas.

Tabela 1: Indicação dos tipos e dos nomes de parâmetros considerados na execução das respetivas tarefas no *DIANA*.

Tarefa no <i>DIANA</i>	Tipo de parâmetro	Nome do parâmetro
Criação do projeto (a)	Parâmetro de projeto	Modelo de análise estrutural Dimensão do modelo Tipo e ordem de interpolação dos elementos da malha
Criação de elementos volumétricos (b)	Parâmetro de sistema	Referência
Criação de elementos barra (c)	Parâmetro de sistema	Referência
Atribuição de geometria a elementos volumétricos (d)	Parâmetro de sistema	Referência
Atribuição de geometria a elementos barra (e)	Parâmetro de sistema	Referência Diâmetro
Atribuição de material a elementos volumétricos (f)	Parâmetro de sistema	Compressão do betão Resistência à tração Módulo de elasticidade Coeficiente de <i>Poisson</i> Densidade
Atribuição de material a elementos barra (g)	Parâmetro de sistema	Resistência à tração Módulo de elasticidade Coeficiente de <i>Poisson</i>
Criação de condições de carregamento (h)	Parâmetro de sistema	Densidade
	Parâmetro de projeto	Categoria de utilização
Criação de condições de fronteira (i)	Parâmetro de sistema	Referência
	Parâmetro de família	Translação xx Rotação yy
Idealização da malha de elementos finitos (j)	Parâmetro de projeto	Tamanho máximo do elemento finito Tipo de elemento finito Configuração da malha Grau de interpolação
Atribuição de parâmetros de análise (k)	Parâmetro de projeto	Processo iterativo Passos de carga Norma de convergência

2.2. Aplicação e validação da ferramenta desenvolvida

Estabelecida a metodologia de interoperabilidade, avaliou-se a sua robustez na transferência de diferentes opções de modelação, por forma a simular numericamente tipologias de rotura em vigas de betão armado, nomeadamente rotura por corte/flexão, rotura dúctil por flexão e rotura por flexão com esmagamento do betão. As simulações numéricas dos diferentes modos de rotura foram realizadas com modelos avançados e modelos simplificados. O modelo avançado deve reproduzir, de forma fiel, o comportamento estrutural durante todas as fases do carregamento, quer para níveis de serviço, quer para níveis da carga de rotura. No modelo simplificado, foram introduzidas simplificações a diversos níveis, nomeadamente nas leis constitutivas, por forma a acelerar os tempos de cálculo, sem comprometer a qualidade da informação obtida ao nível da carga última de rotura e do respetivo mecanismo de colapso.

A averiguação dos resultados teve por base ensaios experimentais e simulações numéricas de artigos científicos, para o modo de rotura por corte/flexão e modo de rotura dúctil por flexão, respetivamente, e cálculo analítico para o modo de rotura por flexão com esmagamento do betão. Nos Gráficos 1 a 3, apresentam-se os diagramas força-deslocamento das curvas de capacidade obtidos na análise avançada e na análise simplificada, aplicadas ao modelo de fendas fixas baseado nas extensões totais, para os diferentes modos de rotura. Apesar de a curva de capacidade da análise simplificada diferir da resposta real da estrutura durante a fase de carregamento, demonstrou ser eficiente na captura dos três modos de rotura das vigas de betão armado (carga última de rotura), sem evidenciar não-convergências ou divergências ao longo da simulação numérica e, conseqüentemente, não necessitar de qualquer interferência manual do utilizador.

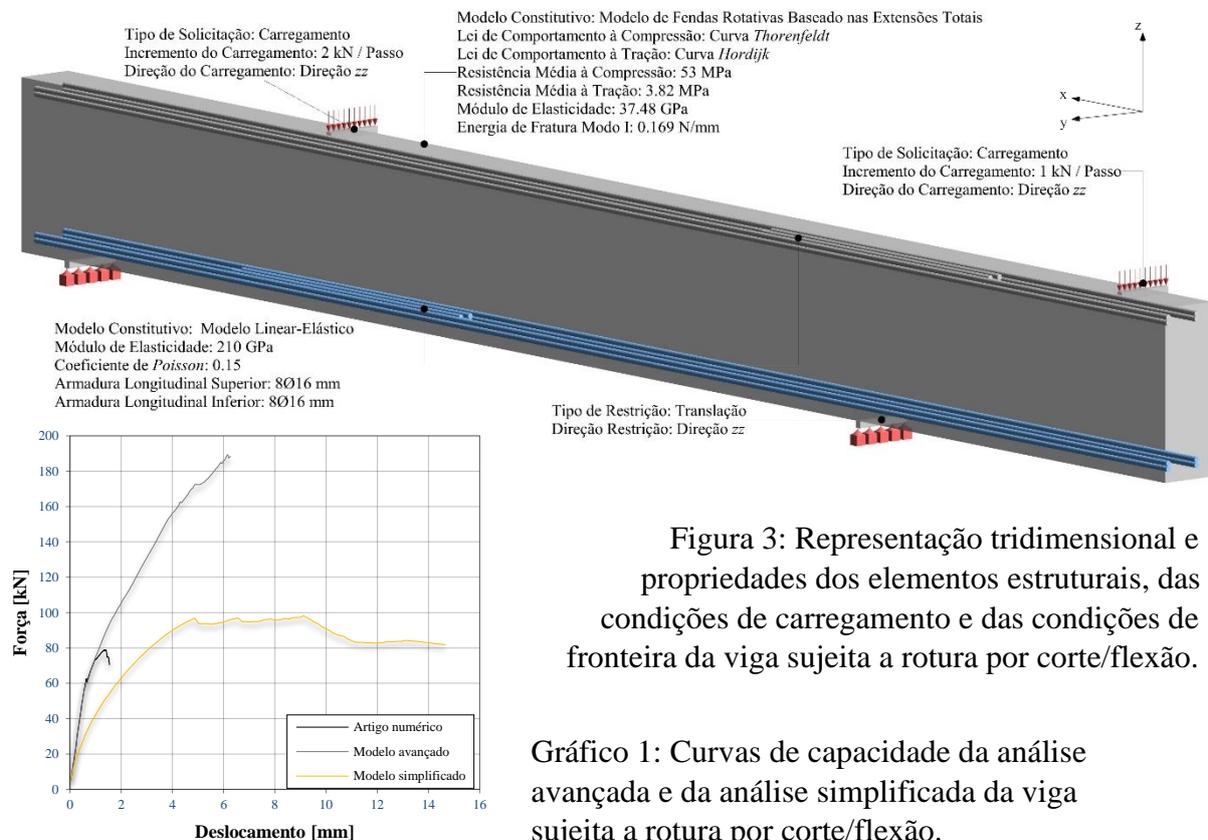


Figura 3: Representação tridimensional e propriedades dos elementos estruturais, das condições de carregamento e das condições de fronteira da viga sujeita a rotura por corte/flexão.

Gráfico 1: Curvas de capacidade da análise avançada e da análise simplificada da viga sujeita a rotura por corte/flexão.

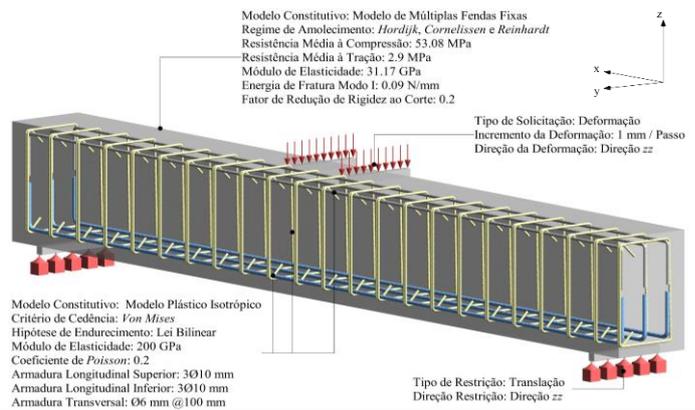


Figura 4: Representação tridimensional e propriedades dos elementos estruturais, das condições de carregamento e das condições de fronteira da viga sujeita a rotura dúctil por flexão.

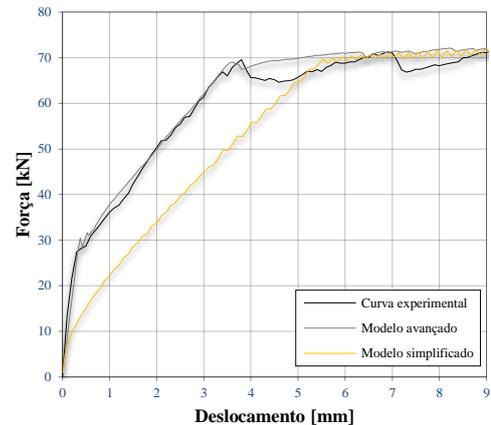


Gráfico 2: Curvas de capacidade da análise avançada e da análise simplificada da viga sujeita a rotura dúctil por flexão.

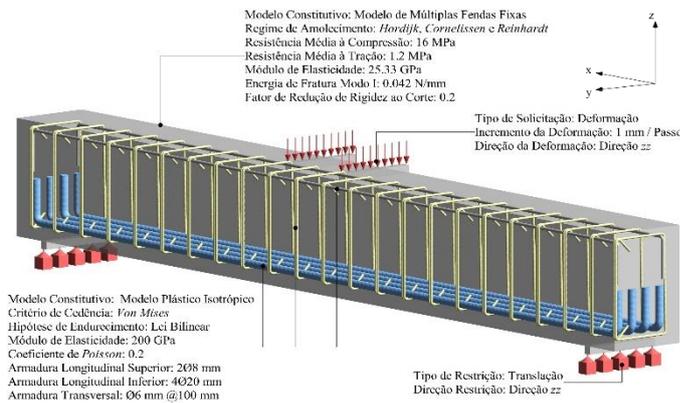


Figura 5: Representação tridimensional e propriedades dos elementos estruturais, das condições de carregamento e das condições de fronteira da viga sujeita a rotura por flexão com esmagamento do betão.

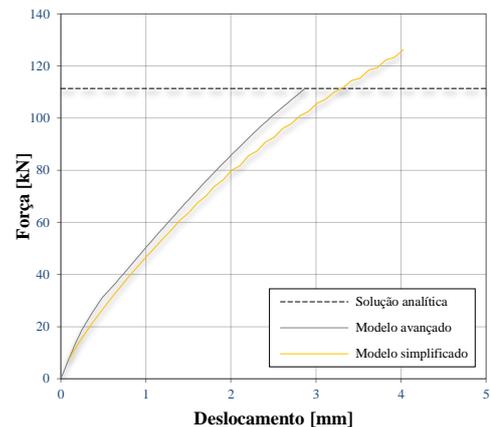


Gráfico 3: Curvas de capacidade da análise avançada e da análise simplificada da viga sujeita a rotura por esmagamento do betão.

3. Aplicação da metodologia desenvolvida a estrutura porticada

Nesta Secção apresenta-se a simulação numérica não-linear de uma estrutura porticada, inicialmente modelada em *Revit* e cuja informação foi transferida para o programa de elementos finitos *DIANA* por intermédio da ferramenta de interoperabilidade formulada na Secção 2.1. A estrutura porticada é constituída por uma laje, duas vigas, quatro pilares e quatro sapatas (ver Figura 6), sendo que a laje e os pilares foram sobredimensionados, por forma a conceber cenários de rotura da estrutura que fossem condicionados pelas vigas (situação apresentada na Secção 2.2). Contudo, com base na avaliação da deformação relativa dos elementos estruturais e nas extensões no betão e nas armaduras, constatou-se que os pilares poderiam ser os elementos mais vulneráveis.

O Gráfico 4 apresenta o diagrama força-deslocamento das curvas de capacidade da análise avançada e da análise simplificada baseadas nos deslocamentos verticais de um nó na face inferior da laje, a meio vão. Apesar da análise simplificada demonstrar um comportamento menos rígido que a análise avançada, e iniciando esse contraste imediatamente nas fases iniciais do carregamento, obteve, como sua finalidade última, uma carga máxima coerente com a obtida pela análise avançada.

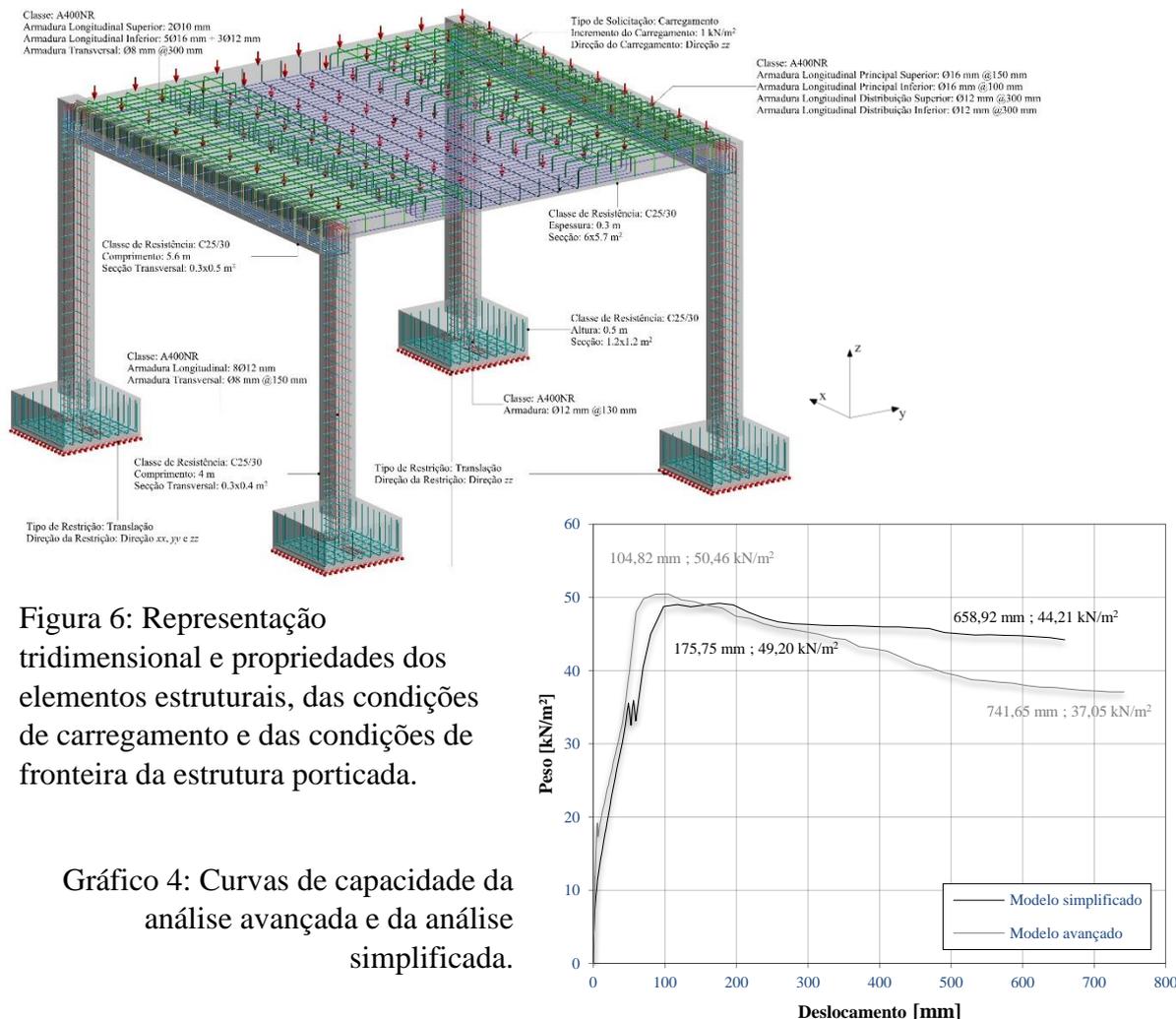


Figura 6: Representação tridimensional e propriedades dos elementos estruturais, das condições de carregamento e das condições de fronteira da estrutura porticada.

Gráfico 4: Curvas de capacidade da análise avançada e da análise simplificada.

Posteriormente, diferentes opções de análise foram averiguadas por forma a elaborar uma ferramenta de cálculo automático e reduzir significativamente o tempo de análise (tendo sido obtido um tempo total de 0.443 dias para a análise simplificada automática, comparativamente com os 3.45 dias da análise avançada manual e 1.70 dias da análise simplificada manual). Definida a metodologia de cálculo expedito, procedeu-se à sua avaliação na deteção de erros potencialmente plausíveis no cálculo/modelação da estrutura porticada. As configurações de anomalias/omissões de modelação compreenderam a introdução de armadura mínima longitudinal nas vigas; a introdução de armadura longitudinal inferior à mínima nas vigas; a omissão da armadura de momentos negativos nas vigas; a insuficiência do comprimento de amarração na armadura longitudinal inferior nas vigas. Constatou-se que defeitos mais severos,

tais como a redução da taxa de armadura longitudinal, introduziram alterações na carga última (diferença de -10.93% em relação à carga última do modelo original), embora o seu impacto não tenha sido tão severo comparativamente com um cálculo manual. De facto, a estrutura acaba por encontrar formas de redistribuição de esforços que resultam em reduções menos graves do que o expectável da carga última (note-se que a ferramenta simplificada não permite avaliar a severidade dos problemas induzidos em serviço).

4. Conclusão

Numa perspetiva global, os objetivos principais do trabalho foram alcançados com o desenvolvimento de uma ferramenta de interoperabilidade que possibilita que modelos *BIM* de estruturas de betão armado sejam rapidamente convertidos em modelos numéricos tridimensionais para análise não-linear no aplicativo *DIANA* e, posteriormente, calculados segundo critérios simplificados de análise, aptos a obter estimativas verosímeis da carga e mecanismo de rotura correspondente. No entanto, foram observadas dificuldades na identificação de erros de projeto/modelação (mesmo que grosseiros), dada a capacidade de redistribuição de esforços inerentes às estruturas de betão armado. Em futuros desenvolvimentos desta metodologia, irá investir-se em formas de centrar a ferramenta no comportamento em serviço das estruturas de betão armado.

5. Agradecimentos

Um especial agradecimento ao ISISE e aos coautores deste artigo.

Referências

- [1] R. Lopez, P. E. D. Love, D. J. Edwards e P. R. Davis, “Design error classification, causation, and prevention in construction,” in *Journal of Performance of Constructed Facilities*, vol. 24, nº 4, August 2010. doi: 10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000116
- [2] J. Brito, “Qualidade no projecto de estruturas,” in *Seminário Software, projecto e erros, Exponor-Porto*, 2007.
- [3] A. Foord e W. Gulland, “Can technology eliminate human error?” *Process Safety and Environmental Protection*, vol. 84, nº 3, pp. 171-173, May 2006.
- [4] P. Love, D. Edwards, S. Han e Y. Goh, “Design error reduction: toward the effective utilization of building information modeling,” *Research in Engineering Design*, vol. 22, nº 3, pp. 173–187, July 2011.
- [5] E. Vecchio, “Non-linear finite element analysis of reinforced concrete: at the crossroads?” *Structural Concrete*, vol. 2, nº 4, pp. 201–212, December 2001. doi: 10.1680/stco.2.4.201.40356
- [6] A. de Boer, “Design strategy structural concrete in 3D focusing on uniform force results and sequential analysis,” Phd Thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 2009.
- [7] J. Ferreira, “Ensaaios virtuais à rotura em estruturas de betão armado com base em modelo *BIM*,” Master Thesis, University of Minho, Guimarães, Portugal, 2018.